Sztochasztikus folyamatok 2/2/0/f/6

Tárgyfelelős: Tóth Bálint
További oktatók: Balázs Márton, Szász Domokos, Vetier András

Alapfogalmak: véges dimenziós peremeloszlások; Kolmogorov alaptétel; erősen és gyengén stacionárius, stacionárius növekmenyű, független növekményű folyamatok.
Diszkrét állapotterű Markov-láncok: sztochaszikus mátrixok lineáris algebrája; állapotok osztályozása.
Véges Markov-láncok: stacionárius mértékek és ergodikus viselkedés. Reverzibilitás; bolyongások véges gráfokon. Urnamodellek.
Megszámlálható Markov-láncok: tranziencia, null-rekurrencia, pozitív rekurrencia. Bolyongások Z^d-n: Polya-tétel. Bolyongások megszámlálható gráfokon, elágazó folyamatok, diszkrét idejű sorbanállási problémák és születési-halálozási folyamatok.
Bolyongások Z^1-en: tükrözési elv és a maximum határeloszlása; differenciaegyenletek.
Folytonos idejű, diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: a Poisson folyamat; ugrási ráták, exponenciális órák. Sztochasztikus félcsoport: Kolmogorov–Chapman egyenlet, infinitezimális generátor.
Mértékelméleti kiegészítések: filtrációk, adaptált folyamatok, természetes filtráció; feltételes valószínűség: létezés és egyértelműség (Kolmogorov tétele), alaptulajdonságok.
Diszkrét idejű martingálok: szub/szuper/martingál, megállási idő, megállított martingál. Opcionális megállási tétel; Wald-azonosság, martingál konvergencia tétel; szubmartingál egyenlőtlenség; Azuma–Hoffding egyenlőtlenség, alkalmazások.
A Brown mozgás: definiáló tulajdonságok; kovarianciastruktúra; P. Levy konstrukciójának vázlata; alaptulajdonságok. Néhány alkalmazás.

Irodalom:
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Bp. 1972
William Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba. Műszaki Könyvkiadó, Bp.
William Feller: Introduction to Probability Theory and its Applications vol. 1 & 2.
David Williams: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991
John Lamperti: Stochastic Processes. Springer

Stochastic processes 2/2/0/f/6

Course coordinator: Bálint Tóth
Other instructors: Márton Balázs, Domokos Szász, András Vetier

Basic notions: finite dimensional marginals, Kolmogorov's fundamental theorem, strongly and weakly stationary processes, processes with stationary and/or independent increments.
Discrete Markov chains: linear algebra of stochastic matrices, classification of states.
Finite Markov chains: stationary measures and ergodic behaviour. Reversibility, random walk on graphs. Urn models.
Countable Markov chains: transience, null-recurrence, positive-recurrence. Random walks on Z^d: Polya's theorem. Random walks on countable graphs, branching processes, discrete time birth-and-death processes, queuing problems.
Random walks on Z^1: the reflection principle and limit distribution of the maximum, difference equations.

Continuous time, discrete space Markov processes: the Poisson process, jump rates, exponential clocks. Stochastic semigroup: Kolmogorov-Chapman equations, infinitesimal generator.
Complements of measure theory: filtrations, adapted processes, natural filtration. The general notion of conditional expectation (Kolmogorov's theorem), fundamental properties.
Discrete time martingales: sub/super/martingales, stopping times, stopped martingales. Optional stopping theorem, Wald identity, martingale convergence theorem, submartingale inequality, maximal inequality. Azuma-Hoffding inequality, applications.
The Brownian motion: defining properties, covariances. Sketch of Paul Levy's construction, basic analytic properties. Applications.

References:
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Bp. 1972
William Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba. Műszaki Könyvkiadó, Bp.
William Feller: Introduction to Probability Theory and its Applications vol. 1 & 2.
David Williams: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991
John Lamperti: Stochastic Processes. Springer