

Sztochasztikus differenciálegyenletek

3/1/0/v/5

Tárgyfelelős: Székely Balázs

További oktatók: Fritz József, Szabados Tamás, Tóth Bálint

Bevezetés, ismétlés: Ito-integrál Wiener-folyamat szerint, integrálás folytonos martingál szerint, többdimenziós sztochasztikus integrál.

Lokális idő: Egydimenziós bolyongás lokális ideje, inverz lokális idő, diszkrét Ray–Knight-tétel. Egydimenziós Brown-mozgás lokális ideje és a folytonos Ray–Knight-tétel. Tanaka-formula és alkalmazásai. Skorohod-tükrözés, tükrözött Brown-mozgás, P. Lévy egy tétele. Sztochasztikus differenciálegyenletek: A diffúziós alappéldák (Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, exponenciális Brown) SDE-i. Transzformált diffúzió SDE-je. Gyenge és erős megoldások, létezés, egyértelműség, nem-egyértelműség. Peremfeltételek és az infinitezimális generátor pontos értelmezése. Sztochasztikus differenciálegyenletek alkalmazásai fizikában, populáció dinamikában, gazdaságtudományban.

Diffúziók: Alappéldák: Ornstein–Uhlenbeck-, Bessel-, Bessel-squared-folyamatok, geometriai Brown-mozgás. Diffúziók, mint sztochasztikus integrálok és mint Markov-folyamatok. Infinitezimális generátor, sztochasztikus félcsoport. A martingál-probléma. Kapcsolat parabolikus és elliptikus parciális differenciálegyenletekkel. Feynman–Kac-formula. Idő-csere és Cameron–Martin–Girszanov-formula.

Egydimenziós diffúziók sajátosságai: Skála-függvény és sebesség-mérték. Peremfeltételek egy pontban. Idő-megfordítás. Alkalmazások konkrét folyamatokra.

Speciális kiegészítő fejezetek: Brownian excursion, kétdimenziós Brown-mozgás, SLE, Markov-folyamatok additív funkcionáljai.

Irodalom:

K.L. Chung, R. Williams: *Introduction to stochastic integration*. Second edition. Birkhäuser, 1989

N. Ikeda, S. Watanabe: *Stochastic differential equations and diffusion processes*. Second edition. North Holland, 1989

K. Ito, H.P. McKean: *Diffusion processes and their sample paths*. Springer, 1965

J. Jacod, S.N. Shiryaev: *Limit theorems for stochastic processes*. Springer, 1987

S. Karlin, H.M. Taylor: *A second course in stochastic processes*. Academic, 1981

D. Revuz, M. Yor: *Continuous martingales and Brownian motion*. Third edition. Springer, 1999

válogatott cikkek, előadó jegyzetei

Stochastic differential equations

3/1/0/v/5

Course coordinator: Balázs Székely

Other instructors: József Fritz, Tamás Szabados, Bálint Tóth

Introduction. Itô integral with respect to the Wiener process and continuous martingale, multi-dimensional stochastic integral.

Local time. Local time of random walks on the line. Inverse local time, discrete Ray–Knight theorem. Local time of Brownian motion and Ray–Knight theorem. Tanaka formula and its applications. Skorohod reflection, reflected Brownian motion, a theorem by P. Lévy.

Stochastic differential equations. SDEs of diffusions: Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, exponential Brownian motion. SDE of transformed diffusions. Weak and strong

solutions, existence and uniqueness. SDE with boundary conditions. Interpretation of the infinitesimal generator. Applications to physics, population dynamics, and finance. Diffusions. Basic examples: Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, geometrical Brownian motion. Interpretation as stochastic integrals, and Markov processes. Infinitesimal generator, stochastic semi-groups. Martingale problem. Connection with parabolic and elliptic partial differential equations. Feynman–Kac formula. Time-change. Cameron–Martin–Girsanov formula. One-dimensional diffusions. Scale function and speed measure. Boundary conditions. Time-inversion. Application to special processes. Special selected topics. Brownian excursion. Two-dimensional Brownian motion, Brownian sheet. SLE. Additive functionals of Markov processes.

References:

- K.L. Chung, R. Williams: *Introduction to stochastic integration*. Second edition. Birkhäuser, 1989
- N. Ikeda, S. Watanabe: *Stochastic differential equations and diffusion processes*. Second edition. North Holland, 1989
- K. Ito, H.P. McKean: *Diffusion processes and their sample paths*. Springer, 1965
- J. Jacod, S.N. Shiryaev: *Limit theorems for stochastic processes*. Springer, 1987
- S. Karlin, H.M. Taylor: *A second course in stochastic processes*. Academic, 1981
- D. Revuz, M. Yor: *Continuous martingales and Brownian motion*. Third edition. Springer, 1999
- selected papers, lecture notes