Sztochasztikus analízis és alkalmazásai 3/1/0/v/5

Tárgyfelelős: Simon Károly
További oktatók: Fritz József, Székely Balázs, Tóth Bálint

Bevezetés, ismétlés: Markov-folyamat, sztochasztikus félcsoport, infinitezimális generátor, martingál, megállási idő.
Brown-mozgás: Brown-mozgás fenomenologikus leírása, véges dimenziós peremeloszlások, és folytonosság. Wiener-folyamat konstrukciója, erős Markov tulajdonság. Rekurrencia, skálázás, idő megfordítás. Tükrözési elv és alkalmazásai. Trajektóriák majdnem biztos analitikus tulajdonságai: folytonosság, Hölder-tulajdonság, nem differenciálhatóság, kvadratikus variáció, szinthalmazok.
Folytonos martingálok: Definíció és jellemzés. Schwartz–Dubbins tétel. Exponenciális martingál.
Lévy-folyamatok: Független és stacionárius növekmények, Lévy–Hincsin formula és a folyamatok felbontása. Konstrukció Poisson pont folyamat segítségével. Szubordinátor folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.
Sztochasztikus integrálás I.: Diszkrét sztochasztikus integrálás bolyongás szerint és diszkrét idejű martingál szerint. Alkalmazások, diszkrét Black–Scholes. Sztochasztikus integrálás Poisson-folyamat szerint. Diszkrét állapotterű Markov-folyamat martingáljai. Kvadratikus variáció, Doob–Meyer felbontás.
Sztochasztikus integrálás II.: Jósolható folyamatok és az Itô-integrál Wiener-folyamat szerint kvardatikus variáció folyamat. Doob–Meyer-felbontás. Itô-formula és alkalmazásai.

Irodalom:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. Second edition. Birkauser, 1989
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B. Oksendal: Stochastic Differential equations. Sixth edition. Springer, 2003
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. Third edition. Springer, 1999
G. Samorodnitsky & M. S. Taqqu: Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance. Chapman and Hall, New York, 1994
válogatott cikkek, előadó jegyzetei

Stochastic analysis and applications 3/1/0/v/5

Course coordinator: Károly Simon
Other instructors: József Fritz, Balázs Székely, Bálint Tóth

Introduction. Markov processes, stochastic semi-groups, infinitesimal generators, martingales, stopping times.
Brownian motion. Brownian motion in nature. Finite dimensional distributions and continuity of Brownian motion. Constructions of the Wiener process. Strong Markov property. Self-similarity and recurrence of Brownian motion, time reversal. Reflection principle and its applications. Local properties of Brownian path: continuity, Hölder continuity, non-differenciability. Quadratic variations.
Continuous martingales. Definition and basic properties. Dubbins-Schwartz theorem. Exponential martingale.

Lévy processes. Processes with independent and stationary increments, Lévy-Hintchin formula. Decomposition of Lévy processes. Construction by means of Poisson processes. Subordinators, and stable processes. Examples and applications.
Stochastic integration I. Discrete stochastic integrals with respect to random walks and discrete martingales. Applications, discrete Balck-Scholes formula. Stochastic integrals with respect to Poisson process. Martingales of finite state space Markov processes. Quadratic variations. Doob-Meyer decomposition.
Stochastic integration II. Predictable processes. Itô integral with respect to the Wiener process, quadratic variation process. Doob-Meyer decomposition. Itô formula and its applications.

References:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. Second edition. Birkauser, 1989
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B. Oksendal: Stochastic Differential equations. Sixth edition. Springer, 2003
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. Third edition. Springer, 1999
G. Samorodnitsky & M. S. Taqqu: Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance. Chapman and Hall, New York, 1994
selected papers, lecture notes