Operátorelmélet 3/1/0/v/5

Tárgyfelelős: Nagy Béla
További oktatók:

Hilbert terek alapfogalmait ismertnek feltételezzük. Zárt és lezárható operátorok, a zárt gráf tétel. A spektrálelmélet alapjai zárt operátorokra. Zárt szimmetrikus és önadjungált operátorok. Szimmetrikus operátor és önadjungált kiterjesztése. Hermitikus forma által definiált operátorok. Zárt normális operátorok.
Véges rangú és kompakt operátorok. Hilbert–Schmidt operátorok. Mátrix operátorok.
Integrálás spektrál mértékre vonatkozóan. Zárt önadjungált operátorok spektrálfelbontása és spektrumának tulajdonságai. Normális operátorok spektrálfelbontása.
Szimmetrikus operátorok kiterjesztései: defekt indexek és Cayley transzformáltak. Kiterjesztés a Hilbert tér bővítésével: Najmark tétele. Önadjungált kiterjesztések és spektrumaik. Analitikus vektorok. Önadjungált operátorok perturbációja. Scattering. Egyoldali eltolás operátora, Wold–Neumann felbontás. Kétoldali eltolás. Kontrakciók. Invariáns vektorok, kanonikus felbontás. Kontrakció izometrikus és unitér dilatációja.
Operátorok Banach terekben. Holomorf függvények és kontúrintegrálok. Holomorf függvénykalkulus korlátos, ill. zárt operátorokra. Kompakt operátorok. A Riesz–Schauder elmélet. Nöther és Fredholm operátorok. Operátor félcsoportok Banach terekben. Lineáris rendszerek operátorelméleti alapjai.
Banach algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Ideálok. A Gelfand transzformáció. C*-algebra elemének spektruma. A Gelfand–Najmark kommutatív tétel. C*-algebrák reprezentációja.

Irodalom:
I. Gohberg, S. Goldberg and M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003
J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980
M. Birman and M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (in Russian. There is also an English translation of the book).

Theory of operators 3/1/0/v/5

Course coordinator: Béla Nagy
Other instructors:

The basic concepts of Hilbert spaces will be assumed to be known. Further: Closed and closable linear operators, closed graph theorem. The basics of the spectral theory for closed operators. Closed symmetric and self-adjoint operators. Symmetric operator and its self-adjoint extension. Operators defined by a Hermitian (sesquilinear) form. Closed normal operators.
Finite rank and compact operators. Hilbert–Schmidt operators. Matrix operators. Integration with respect to a spectral measure. The spectral decomposition for closed self-adjoint operators and the properties of their spectra. The spectral decomposition of closed normal operators.
The extensions of closed symmetric operators: deficiency indices and Cayley transforms. Extensions into a larger Hilbert space: theorem of M. Naimark. Self-adjoint extensions extensions and their spectra. Analytic vectors. Perturbation of self-adjoint operators. Scattering.

The unilateral shift operator, Wold–Neumann decomposition. The bilateral shift. Contractions. Invariant vectors, canonical decomposition. Isometric and unitary dilation of a contraction.
Operators in Banach spaces. Holomorphic functions and contour integrals. Holomorphic functional calculus for bounded and for closed operators. Compact operators. The Riesz–Schauder theory. Noether and Fredholm operators. Semi-groups of operators in Banach spaces. The operator theoretic foundations of linear systems.
Banach algebras. Spectrum. Holomorphic functional calculus. Ideals. The Gelfand transform. The spectrum of an element in a C*-algebra. The commutative Gelfand–Naimark theorem. Representation of C*-algebras.

References:
I. Gohberg, S. Goldberg and M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003
J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980
M. Birman and M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (In Russian. There is also an English translation of the book.)
