

Tárgyfelelős: Balázs Márton

További oktatók: Fritz József, Tóth Bálint

1. Martingálok:

Ismétlés (Feltételes várható érték és toronyszabály, valószínűségi konvergenciatípusok és kapcsolataik, martingálok, megállított martingálok, Doob dekompozíció, kvadratikus variáció, maximál-egyenlőtlenségek, martingál konvergencia tételek, opcionális megállítási tétel, lokális martingálok). Martingálok konvergenciahalmazai, a négyzetesen integrálható eset.

Alkalmazások (pl. Gambler's ruin, urnamodellek, szerencsejáték, Wald-azonosságok, exponenciális martingál). Martingál CHT, alkalmazások. Höföding–Azuma egyenlőtlenség és alkalmazásai (pl. utazó ügynök probléma)

2. Markov láncok:

Ismétlés (definíciók, állapotok osztályozása, stacionárius eloszlás, reverzibilitás, tranziencia-(null-)rekurrencia). Elnyelési valószínűségek. Martingálok alkalmazásai, Markov-lánc CHT. Markov-láncok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-láncokra. Bolyongások és elektromos áramkörök.

3. Felújítási folyamatok:

Laplace transzformált, konvolúció. Felújítási folyamat, felújítási egyenlet. Felújítási tételek, regeneratív folyamatok. Stacionárius felújítás, felújítási paradoxon. Sorbanállási alkalmazások

4. Pontfolyamatok:

Pontfolyamatok definíciója. Poisson pontfolyamat egy és több dimenzióban. Poisson folyamat transzformációi (jelölés és ritkítás, transzformálás függvényrel, alkalmazások). Poisson pontfolyamatból származtatott pontfolyamatok

5. Diszkrét állapotterű Markov-folyamatok:

Ismétlés (generátor, kapcsolat Markov-láncokkal, Kolmogorov előre és hátra egyenlet, állapotok osztályozása, tranziencia-(null-)rekurrencia, stacionárius eloszlás). Reverzibilitás, MCMC. Abszorpciós valószínűségek és elérési idők. Martingálok alkalmazásai (pl. ugró folyamatok kompenzátora). Markov-folyamatok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-folyamatokra. Lokálisan diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: generátor tesztfüggvényeken

Irodalom:

Karlin, S.; Taylor, H. M.: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest

Lindvall, T.: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.

Norris, J. R.: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

Resnick, S.: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.

Rosenblatt, M.: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.

Williams, D.: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.

Markov processes and martingales

3/1/0/v/5

Course coordinator: Márton Balázs

Other instructors: József Fritz, Bálint Tóth

1. Martingales:

Review (conditional expectations and tower rule, types of probabilistic convergences and their connections, martingales, stopped martingales, Doob decomposition, quadratic variation, maximal inequalities, martingale convergence theorems, optional stopping theorem, local martingales). Sets of convergence of martingales, the quadratic integrable case. Applications (e.g. Gambler's ruin, urn models, gambling, Wald identities, exponential martingales). Martingale CLT. Azuma-Höfding inequality and applications (e.g. travelling salesman problem)

2. Markov chains:

Review (definitions, characterization of states, stationary distribution, reversibility, transience-(null-)recurrence). Absorption probabilities. Applications of martingales, Markov chain CLT. Markov chains and dynamical systems; ergodic theorems for Markov chains. Random walks and electric networks

3. Renewal processes:

Laplace transform, convolution. Renewal processes, renewal equation. Renewal theorems, regenerative processes. Stationary renewal processes, renewal paradox. Examples: Poisson process, applications in queueing

4. Point processes:

Definition of point processes. The Poisson point process in one and more dimensions. Transformations of the Poisson point process (marking and thinning, transforming by a function, applications). Point processes derived from the Poisson point process.

5. Discrete state Markov processes:

Review (infinitesimal generator, connection to Markov chains, Kolmogorov forward and backward equations, characterization of states, transience-(null-)recurrence, stationary distribution). Reversibility, MCMC. Absorption probabilities and hitting times. Applications of martingales (e.g. compensators of jump processes). Markov processes and dynamical systems; ergodic theorems for Markov processes. Markov chains with locally discrete state space: infinitesimal generator on test functions

References:

Karlin, S.; Taylor, H. M.: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest

Lindvall, T.: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.

Norris, J. R.: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

Resnick, S.: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.

Rosenblatt, M.: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.

Williams, D.: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.