

Funkcionálanalízis

4/2/0/v/6

Tárgyfelelős: Petz Dénes

További oktatók: Horváth Miklós, Nagy Béla, Matolcsi Máté

Lineáris terek (lineáris függetlenség és összefüggőség, lineáris leképezések, algebrai duális, lineáris leképezések mátrixa). Lineáris terek tenzorszorzata (szimmetrikus és antiszimmetrikus tenzorszorzat, bázisok, determináns).

Normált terek (példák, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenségek, lineáris leképezések folytonossága és korlátossága, operátor normája). Banach-terek (példák, normált tér teljes burka, abszolút konvergencia sorok konvergenciája és átrendezhetősége, az exponenciális függvény, Neumann-sor).

Nevezetes tételek Banach-terekben (nyílt leképezés tétele, egyenletes korlátosság tétele, alkalmazás Fourier-sorokra, zárt gráf tétel)

Duális tér (L_p terek duálisa, Hahn–Banach-tétel, a folytonos függvények terének duálisa).

Hilbert-tér (bázis szerinti kifejtés, példák, Riesz-lemma, projekció tétel, Riesz-féle reprezentációs tétel). Speciális függvények (Hermite-, és Legendre-polinomok, sorfejtések). Hilbert-terek és lineáris operátorok tenzorszorzata.

Az adjungált (korlátos operátor adjungáltja, önadjungált operátorok, unitér operátorok és projekciók, példák).

Topológiák (gyenge topológia a Hilbert-téren, operátorok pontonkénti konvergenciája és pontonkénti gyenge konvergenciája, önadjungált operátorok monoton sorozata, unitérek topologikus csoportja). A Haar-mérték lokálisan kompakt topologikus csoportokon.

Korlátos operátor spektruma (a spektrum osztályozása, spektrál sugár, rezolvens).

Kompakt operátorok (a kompakt operátorok ideálja, Hilbert–Schmidt-féle integráloperátor, Green-függvény, Riesz–Schauder tétel).

A Fourier-transzformáció (az L_1 -téren, kiterjesztés az L_2 -tér unitér operátorává, spektruma, a Fourier-transzformált differenciálhatósága, a Schwartz-tér és topológiája, duális, disztribúciók). Nemkorlátos operátorok (az adjungált és szimmetrikus operátorok, a Laplace-operátor, példák).

A spektráltétel (projektormértékek, önadjungált operátorok folytonos függvénykalkulusa, a spektráltétel korlátos önadjungált operátora, pont és folytonos spektrum a spektrálmértékből).

Egy-paraméteres unitér csoportok (kétfajta folytonosság, az eltolás csoport, Fourier-transzformált, Stone-tétel).

Irodalom:

Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Könyvkiadó, 2003

Functional analysis

4/2/0/v/6

Course coordinator: Dénes Petz

Other instructors: Miklós Horváth, Béla Nagy, Máté Matolcsi

Vector spaces (linear independence and dependence, linear maps, algebraic dual, matrix of linear maps). The tensor product of linear maps (symmetric and antisymmetric tensor product, bases, determinant).

Normed spaces (examples, Hölder and Minkowski inequalities, continuous and bounded linear maps, the norm of operators).

Banach spaces (examples, completion of normed spaces, absolutely convergent series, the exponential function, spectrum, Neumann series). The theorem of open mapping, uniform boundedness, closed graph theorem, applications.

Dual spaces (L_p spaces, Hahn–Banach theorem, the dual of the space of continuous functions).

Hilbert spaces (expansion of vectors, Riesz lemma, projection theorem, Riesz representation theorem).

Special functions (Hermite and Legendre polynomials, expansions).

Tensor product of Hilbert spaces and operators.

Adjoint operator. Special operators (self-adjoint, unitary, projections and normal operators).

Topologies (weak topology on Hilbert spaces, pointwise and weak pointwise convergence of operators, monotone sequence of selfadjoint operators, topological group of unitaries).

Haar measure on locally compact topological groups.

Spectrum of a bounded operator (parts of the spectrum, spectral radius, resolvent).

Compact operators (The ideal of compact operators, Hilbert-Schmidt integral operators, Riesz-Schauder theorem, Green functions).

Fourier transformation (on L_1 , unitary extension to L_2 , spectrum, differentiability of a Fourier transform, the topology of the Schwartz space, its dual, distributions). Unbounded operators (adjoint operator, symmetry, Laplace operator, examples). The spectral theorem (projection-valued measures, functional calculus of selfadjoint operators, the spectral theorem for bounded selfadjoint operators, point spectrum, continuous spectrum from the spectral measure). One-parameter unitary semigroups (two types of continuity, Fourier transform, Stone theorem).

References:

Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Könyvkiadó, 2003
